LISBOA SCHOOL OF ECONOMICS & MANAGEMENT

ISEG SINCE 1911

Licenciatura Economia
ESTATÍSTICA I – ER
Janeiro 2017

Nome:____ **Número:**_________

Cotação: (**Espaço reservado para classificações**)						
1.a (10)	**2.a (15)**	**4.a (15)**	**5.a (15)**	**6. a(10)**	**7.a (10)**	**8. (15)**
1.b (15)	**2.b (10)**	**4.b (15)**	**5.b (15)**	**6. b(15)**	**7.b (15)**	**9. (10)**
	3.a (15)					

Nota: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas. Nas perguntas de escolha múltipla as respostas erradas penalizam.

1. A caminho do emprego, todas as manhãs, a Rita costuma entrar numa pastelaria. Ao entrar ela escolhe aleatoriamente a bebida que vai consumir: Café simples com probabilidade 0.2, chá com probabilidade 0.3 e um galão com probabilidade 0.5. De acordo com a bebida escolhida a Rita pede ou não uma sandes mista: Se tiver escolhido café simples, pede a sandes com probabilidade 0.5, se tiver escolhido chá com probabilidade 0.7 e se tiver escolhido um galão com probabilidade 0.3 respectivamente.
   a. **[10]** Se se observar 10 dias escolhidos aleatoriamente qual a probabilidade de em exatamente 4 deles a Rita tomar café simples?
   0.0881 ☐ 0.9672 ☐ 0.1876 ☐ 0.0430 ☐

   b. **[15]** Vendo a Rita a comer uma sandes mista, qual a probabilidade de estar também a beber chá?

Represente-se por Ca, Ch e G os acontecimentos "a Rita pediu Café", "Chá" ou um "Galão" respectivamente e por S o acontecimento "a Rita pediu uma sandes mista".
O objectivo é então calcular

2. Seja X uma variável aleatória com a seguinte função distribuição $F(x)=\begin{cases} 0 & x<0 \\ x/20 & 0\le x<1 \\ x^2/16 & 1\le x<4 \\ 1 & x\ge 4 \end{cases}$

   a. **[15]** Calcule $P(0.5<X<1.5)$ e $P(X>2\,|\,X>1)$

   b. **[10]** Classifique justificadamente a variável aleatória.

3. **[15]** Um jogo consiste em rematar uma bola de futebol de determinado ponto até fazer golo e contar o número de tentativas, X. Assuma que este número, X, pode ser modelado por uma variável aleatória de média 5.4 e variância 9. Se se realizarem 100 partidas do referido jogo qual a probabilidade do **número total de tentativas feitas** ser inferior a 560?

4. Considere a seguinte variável aleatória bidimensional com função densidade dada por $f(x,y)=6x^3\sqrt{y}$, $0<x<1,\ 0<y<1$

   a. **[15]** Calcule $P(X>0.2)$ e $P(X>2Y)$

   b. **[15]** Determine o valor esperado condicionado de X quando $Y=0.5$.

5. Seja (X,Y) uma variável aleatória bidimensional discreta com a seguinte função probabilidade

x\y	0	1	2
-1	0.05	0.20	0.15
0	0.10	0.10	0.10
1	0.05	0.20	0.05

   a. **[15]** Calcule $P(X\geq 0)$ e $P(X\geq 0|Y=1)$. Será que o resultado obtido lhe permite concluir sobre a independência das variáveis? Justifique.

   b. **[15]** Calcule $\mathrm{var}(X+Y)$

6. O número de reclamações que chegam durante os dias úteis a determinada operadora de telecomunicações segue um processo de Poisson com taxa média de 0.2 por minuto.

   a. **[10]** Qual a probabilidade de num período de 10 minutos chegarem menos de 5 reclamações?
   0.9834 ☐ 0.0902 ☐ 0.0361 ☐ 0.9473 ☐

   b. **[15]** Qual a probabilidade de durante uma hora chegarem mais de 15 reclamações, sabendo que nos primeiros 10 minutos chegaram 5?

7. De uma população normal de média 4 e variância 4 recolheu-se uma amostra casual de dimensão $n>2$.

   a. Compare $P(3<X<5)$ com $P(3<\bar{X}<5)$ (qual delas é menor) justificando a sua resposta.

   b) Qual a dimensão mínima da amostra a recolher para que a probabilidade da média da amostra divergir da média da população por um valor inferior a 0.2 seja superior a 95%?

8.[15] Sejam X e Y duas variáveis aleatórias contínuas independentes. Assumindo que $E(X)$ e $E(Y)$ existem, prove que $E(XY)=E(X)E(Y)$.

9. [10] Prove que se $X\sim t_{(r)}$ então $Y=X^2\sim F(1,r)$